Drugi poskusni kolokvij

1. **[25 točk]** Naj bo U univerzalna množica, A, B, C pa njene podmnožice. V jeziku predikatnega računa vsebovanost $A \subseteq B$ izrazimo z izjavno formulo

$$\forall x \in U : (x \in A \Rightarrow x \in B).$$

V jeziku predikatnega računa izrazite še naslednje trditve, pri čemer lahko poleg izjavnih veznikov in kvantifikatorjev uporabljate še $\in$ (ne pa tudi $=$, $\subseteq$, $\subset$, $\supseteq$, $\supset$).

   (a) $A = B$.

   (b) $A \cap B = \emptyset$.

   (c) Če sta množici A in B disjunktni, potem B in C nista disjunktni.

---

2. **[25 točk]** Naj bo $f : \mathbb{N} \to \{1, 2, 3, 4, 5\}$ **surjektivna** preslikava, $A, B \subseteq \mathbb{N}$ množici in $g : A \to B$ taka preslikava, da je kompozitum $g \circ f : \mathbb{N} \to B$ dobro definirana preslikava. Odgovorite na naslednja vprašanja.

   (a) Napišite primer preslikave f z zgornjimi lastnostmi.

   (b) Kaj lahko iz dobre definiranosti $g \circ f$ sklepamo o množici A?

   (c) Ali obstaja taka množica A in preslikava $g : A \to \mathbb{N}$, da je $g \circ f$ surjektiven? Odgovor utemeljite.

   (d) Izberite taki množici A, B in preslikavo $g : A \to B$, da bo $g \circ f$ surjektiven.

---

3. **[25 točk]** Na množici $\mathbb{N}$ definiramo relacijo R z opisom

$$a \; R \; b \quad \text{natanko tedaj, ko je} \quad a + b \quad \text{sodo število.}$$

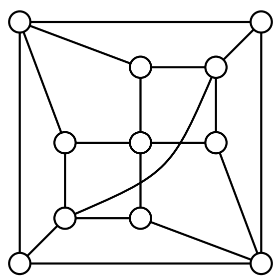
   (a) Utemelji, da je relacija R refleksivna, simetrična in tranzitivna. Opiši njene ekvivalenčne razrede!

   (b) Zapiši opis relacije R^{C}.

   (c) Denimo, da relacijo R definiramo na množici $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ (z istim opisom). Pregledno nariši njen graf.

---

4. **[25 točk]** Na sliki je prikazan graf G.



   (a) Ali je graf G Eulerjev? Če je, označi Eulerjev obhod, sicer pa dobro utemelji, zakaj ni.

   (b) Ali je graf G Hamiltonov? Če je, nariši Hamiltonov cikel, sicer pa z izrekom o razpadu grafa pokaži, da ni.

   (c) Določi kromatično število grafa G.