Univerza v Ljubljani
Fakulteta za računalništvo in informatiko

Teoretična vprašanja za izpit

16. 1. 2021

—

xxxxxx xxxx kouch
Mentor: Aljaž Zalar aka BOG

Matematična indukcija 2

Izjavni račun 2

Predikatni račun 5

Množice 7

Relacije 9

Preslikave 10

Teorija grafov 12

Razširjeni evklidov algoritem in Linearne Diofantske Enačbe 14

Matematična indukcija

1. **Pojasnite princip matematične indukcije. Kako ga uporabljamo za dokazovanje trditev o naravnih številih?**
    a. Z indukcijo želimo dokazati, da je neka predpostavka, v kateri imamo neko naravno število n, velja za celotno množico naravnih števil. Dokazujemo v dveh korakih:
        i. Baza indukcije -> Najprej dano trditev dokažemo, da drži če vanjo vstavimo nek $n_{0,}$ če drži gremo na
        ii. Indukcijski korak -> če predpostavka velja za poljuben $n \in N$, potem mora tudi za $n+1$

Izjavni račun

1. **Zapišite resničnostno tabelo za izjavni veznik (negacija, konjunkcija, disjunkcija, implikacija, ekvivalenca).**

A	B	¬A	A ∧ B	A ∨ B	A ⇒ B	A ⇔ B
0	0	1	0	0	1	1
0	1	1	0	1	1	0
1	0	0	0	1	0	0
1	1	0	1	1	1	1

2. **Kakšen je prednostni vrstni red izjavnih veznikov ∧, ∨, ⇒, ¬, ⇔?**
    a. ¬, ∧, ∨, ⇒, ⇔
3. **Naj bo $n \in N$ naravno število. Koliko različnih n-mestnih izjavnih veznikov obstaja? Odgovor dobro utemeljite.**
    a. Število n-mestnih veznikov = 2^{2^n} . N-izjavni veznik je neka n-člen operacija v množici {0,1}, oz. to je preslikava oblike F:$\{0,1\}^n$ -> {0,1}
4. **Kako so definirani izjavni izrazi? Navedite vse štiri točke definicije.**
    a. Izjavni kostanti 0,1 (laž in resnica) sta izjavna izraza
    b. Izjavne spremenljivke (a, q, r) so izjavni izrazi
    c. Če je A izjavni izraz, je tudi ¬A izjavni izraz
    d. Če sta A in B izjavna izraza, so tudi (A ∧ B, A ∨ B, A ⇒ B, A ⇔ B) izjavni izrazi
5. **Kdaj pravimo, sta dva izjavna izraza enakovredna? Kaj je zakon izjavnega računa?**

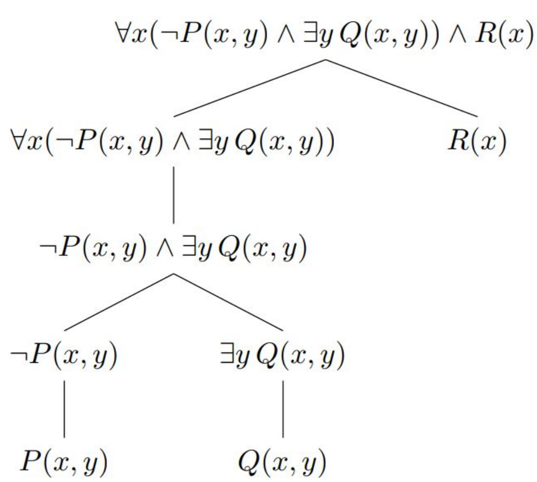
   a. Izraza A in B sta enakovredna, če imata pri vseh naborih vrednosti izjavnih spremenljivk enako vrednost (A ~ B).
   b. Zakon izjavnega računa so nekateri pomembni pari enakovrednih tipov izjavnih izrazov:
      i. zakon dvojne negacije: $\neg\neg A \sim A$
      ii. de Morganova zakona: $\neg(A \vee B) \sim \neg A \wedge \neg B$ $\neg(A \wedge B) \sim \neg A \vee \neg B$
6. **Navedite oba de Morganova/distributivnostna/absorbcijska zakona izjavnega računa in enega od njiju dokažite.**
   a. De morgan:
      i. ¬(A ∨ B) ~ ¬A ∧ ¬B
      ii. ¬(A ∧ B) ~ ¬A ∨ ¬B
   b. Distributivnost:
      i. (A ∨ B) ∧ C ~ (A ∧ C) ∨ (B ∧ C)
      ii. (A ∧ B) ∨ C ~ (A ∨ C) ∧ (B ∨ C)
      iii. (A ∨ B) ∧ C ~ (A ∧ C) ∨ (B ∧ C)
   c. Absorpcija:
      i. A ∧ (A ∨ B) ~ A
      ii. A ∨ (A ∧ B) ~ A
7. **Kaj je disjunktivna normalna oblika? Kaj je konjunktivna normalna oblika?**
   a. Disjunktivna normalna oblika izjavnega izraza I je izjavni izraz I_{DNO}, za katerega velja:
      i. (DNO1) $I_{\text{DNO}} \sim I$ in
      ii. (DNO2) I_{DNO} je disjunkcija osnovnih konjunkcij.
      iii. Zgradimo tako, da je vsak nabor pravilnostne tabele, pri katerem je A resničen pripravimo eno osnovno konjunkcijo.
      iv. Primer: $(\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \vee (p \wedge q)$
   b. Konjunktivna normalna oblika izjavnega izraza I je izjavni izraz I_{KNO}, za katerega velja:
      i. (KNO1) $I_{\text{KNO}} \sim I$ in
      ii. (KNO2) I_{KNO} je konjunkcija osnovnih disjunkcij.
      iii. Zgradimo tako, da je vsak nabor pravilnostne tabele, pri katerem je A neresničen pripravimo eno osnovno disjunkcijo.
      iv. Primer:
   c. Vsak izjavni izraz ima DNO in KNO. Za vsak izraz A, obstaja B, ki je sestavljen le iz veznikov ¬, ∧, ∨

8. **Kaj je poln nabor izjavnih veznikov? Naštejte vsaj tri polne nabore izjavnih veznikov.**
    a. Družina izjavnih veznikov N je poln nabor izjavnih veznikov, če vsak izraz A obstaja enakovreden izjavni izraz B, ki vsebuje le veznike iz N.
    b. Polni nabori: $\{\neg, \vee\}, \{\neg, \wedge\}, \{\neg, \Rightarrow\}$ *in* $\{\Rightarrow, 0\}$
9. **Kaj je pravilen sklep, kaj so njegove predpostavke in kaj je njegov zaključek?**
    a. pravilen sklep s predpostavkami $A_1, \ldots, A_k$ *in zaključkom B,* pri katerih so vse predpostavke resnične, logično nastopa še resničen sklep B.
    b. beremo: *zaključek B logično sledi iz predpostavk* $A_1, \ldots, A_k$.
10. **Navedite dva osnovno pravilna sklepa in ju dokažite.**
    a. *modus ponens* (MP) $A, A \Rightarrow B \models B$
    b. *modus tollens* (MT) $A \Rightarrow B, \neg B \models \neg A$
    c. *hipotetični silogizem* (HS) $A \Rightarrow B, B \Rightarrow C \models A \Rightarrow C$
    d. *disjunktivni silogizem* (DS) $A \vee B, \neg A \models B$
11. **Pojasnite pravilo pogojnega sklepa/pravilo sklepa s protislovjem/pravilo analize primerov.**
    a. Pogojni sklep (PS):
        i. $A_1, A_2 \ldots, A_n \models B \Rightarrow C$ *natanko tedaj, ko* $A_1, A_2, \ldots, A_n, B \models C$
        ii. Ko imamo implikacijo $(A \Rightarrow B)$ v sklepu, vzamemo A in ga damo med predpostavke ter dokazujemo B
    b. Sklep s protislovjem (RA)
        i. $A_1, A_2 \ldots, A_n \models B$ *natanko tedaj, ko* $A_1, A_2, \ldots, A_n, \neg B \models 0$
        ii. lahko uporabljamo kadarkoli (negiramo zaključek)
    c. Analiza primerov (AP)
        i. $A_1, A_2, \ldots, A_n, B_1 \vee B_2 \models C$ *natanko tedaj, ko* $A_1, A_2, \ldots, A_n, B_1 \models C$ *in* $A_1, \ldots, A_n, B_2 \models C.$
        ii. Uporabljamo takrat, ko kadar ima ena od predpostavk obliko disjunkcije (V)

Predikatni račun

1. **Kaj je področje pogovora in kaj je predikat? Navedite primer.**
    a. Področje pogovora je neprazna množica (ljudje, številke, živali).
    b. Predikati so logične funkcije, ki za svoje argumente uporabljajo elemente področja pogovora

2. **Kaj so enomestni predikati in kaj so dvomestni predikati? Navedite po en primer za vsakega od njiju.**
    a. Pri danem področju pogovora enomestni predikati opisujejo lastnost elementa
        i. *x^2 je pozitivno število*
    b. dvomestni pa opisujejo relacijo med elementoma.
        i. *x je večje od y*
3. **Katera kvantifikatorja poznate?**
    a. ∀ “*za vsak*”
        i. $\forall x \in D,\ P(x)$ je izjava, ki je resnična natanko takrat, ko imajo vsi elementi iz D lastnost P. Sicer je neresnična.
    b. ∃ “*obstaja*”
        i. $\exists x \in D,\ P(x)$ je izjava, ki je resnična natanko takrat, ko obstaja element iz D, ki ima lastnost P. Sicer je neresnična
4. **Kako je definirana izjavna formula?**
    a. Izjavne formule, bodo ravno tako kot izjavni izrazi, definirane induktivno. Razlika pa nastopi pri definiciji najenostavnejših izjavnih formul.
    b. *Definicija:*
        i. Atomi so izjavne formule.
        ii. Če sta W in V izjavni formuli in je x spremenljivka, potem so tudi $(\neg W)$, $(W \wedge V)$, $(W \vee V)$, $(W \Rightarrow V)$, $(W \Leftrightarrow V)$, $\ldots(\exists x\, W)$ in $(\forall x\, W)$ izjavne formule.



5. **Kaj je doseg kvantifikatorja? Kdaj je vstop spremenljivke vezan in kdaj prost?**
    a. Doseg kvantifikatorja je najmanjši možen: najmanjša izjavna formula, ki jo preberemo desno od kvantifikatorja (skupaj z njegovo spremenljivko).

   b. vstop spremenljivke *x* je vezan, če se ta *x* nahaja v dosegu (območju delovanja) kvantifikatorja ∀x ali ∃x.
   c. Vstop spremenljivke, ki ni vezan, je prost.

$$\forall x\,(\neg P(x,y) \wedge \exists y\, Q(x,y)) \wedge R(x)$$

6. **Kaj je interpretacija izjavne formule?**
   a. Interpretacija I izjavne formule W je sestavljena iz neprazne množice D, ki ji pravimo *področje pogovora* interpretacije. Poleg tega:
      i. vsakemu predikatu ustreza 0/1 logična funkcija v D
      ii. vsaki konstanti določimo vrednost v D
      iii. vsaki prosti spremenljivki v W določimo vrednost v D, pri tem vsem prostim spremenljivkam z istim imenom določimo isto vrednost iz D.
7. **Kdaj pravimo, da sta dve izjavni formuli enakovredni?**
   a. Izjavni formuli W in V sta enakovredni, če imata isto logično vrednost v vseh možnih interpretacijah.
8. **Navedite de Morganova zakona/zakona o zamenjavi istovrstnih kvantifikatorjev/distributivnostna zakona predikatnega računa.**
   a. de Morgan:
      i. $\neg\forall x\,(W) \sim \exists x \neg(W)$ *in* $\neg\exists x\,(W) \sim \forall x \neg(W)$
   b. Zamenjava istovrstnih kvantifikatorjev:
      i. $\forall x\ \forall y\,(W) \sim \forall y\ \forall x\,(W)$ *in* $\exists x\ \exists y\,(W) \sim \exists y\ \exists x\,(W)$
   c. Distributivnost:
      i. $\forall x(V \wedge W) \sim \forall x\,(V) \wedge \forall x\,(W)$ *in* $\exists x(V \vee W) \sim \exists x\,(V) \vee \exists x\,(W)$
9. **Kaj je preneksna normalna oblika?**
   a. Izraz W je v preneksni normalni obliki (PNO), če:
      i. Vsi kvantifikatorji so na začetku,
      ii. Vsaka spremenljivka ni hkrati vezana in prosta in
      iii. če je spremenljivka vezana, je vezana le z enim kvantifikatorjem (preimenovanje istih kvantifikatorjev).
   b. Primer:
      i. $\forall x(\neg P(x) \vee \neg\exists y(Q(x,y) \wedge \forall z\, R(y,z))) \sim \forall x \forall y \exists z(\neg P(x) \vee \neg Q(x,y) \vee \neg R(y,z))$

Množice

1. **Kako so definirani unija, presek, razlika in simetrična razlika dveh množic?**
    a. Unija:
        i. $A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$
        ii. Unija množic A in B, A∪B, je množica vseh elementov, ki pripadajo vsaj eni od množic A oziroma B
    b. Presek:
        i. $A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$
        ii. Presek množic A in B, A∩B, je množica vseh elementov, ki pripadajo obema množicama A in B.
    c. Razlika:
        i. $A \setminus B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$
        ii. Razlika množic A in B, je množica vseh elementov, ki pripadajo A in ne pripadajo B.
    d. Simetrična razlika:
        i. $A + B = \{x \mid x \in A \vee x \notin B\}$
        ii. Simetrična razlika množic A in B, A + B, je množica vseh elementov, ki pripadajo natanko eni od množic A oziroma B.
    e. Komplement:
        i. $A^C = \{x \mid x \notin A \wedge x \in S\}$.
        ii. Posamezen element pripada množici A^c natanko tedaj, ko ne pripada množici A, še vedno pa mora pripadati univerzalni množici *S*.
2. **Kaj je univerzalna množica in kaj je komplement množice? Na štejte tri lastnosti komplementa množic.**
    a. Univerzalna množica *S* je področje pogovora teorije množic. Univerzalno množico bomo uporabljali kot pokrajino, iz katere smemo jemati individualne konstante (elemente), ki jih lahko vstavljamo v izjavne formule.

        - $(A^c)^c = A$
        - $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$
        - $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$
        - $A \setminus B = A \cap B^c$
        - $A \subseteq B \Rightarrow B^c \subseteq A^c$
        - $A \cap B = \emptyset \iff A \subseteq B^c \iff B \subseteq A^c$

3. **Navedite de Morganova zakona/zakona o absorpciji iz teorije množic.**
    a. de Morgan:
        i. $(A \cup B)^c = A^c \cap B^C$
        ii. $(A \cap B)^c = A^c \cup B^C$
    b. Absorpcija:
        i. $A \cap (A \cup B) = A$
        ii. $A \cup (A \cap B) = A$
4. **Pojasnite pojme: potenčna množica, pokritje množice, razbitje množice.**
    a. Potenčna množica:
        i. Potenčna množica množice A, PA, je družina vseh podmnožic množice *A*
        ii. $PA = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$.
    b. Pokritje množic:
        i. Pravimo, da je družina množic $A = \{A_i \mid i \in I\}$ pokritje množice B, če je
        ii. (P1) $\bigcup \mathcal{A} = \bigcup_{i \in \mathcal{I}} A_i = B$.
    c. Razbitje množic:
        i. Za družino množic $A = \{A_i \mid i \in I\}$ pravimo, da je razbitje množice B, če velja:
            1. A je pokritje množice B, $\bigcup \mathcal{A} = \bigcup_{i \in \mathcal{I}} A_i = B$,
            2. bloki družine A so neprazni, za vsak indeks $i \in I$ velja $A_i \notin \emptyset$, in
            3. bloki družine so paroma disjunktni, za vsaka različna indeksa $i, j \in I$ velja $A_i \cap A_j = \emptyset$
5. **Kaj je kartezični produkt množic A in B? Kaj pomeni, da je kartezični produkt distributiven čez unijo množic?**
    a. Kartezični produkt množic , je množica vseh urejenih parov, s prvo koordinato A in drugo B
    b. $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C) \quad || \quad (A \cup B) \times C \overset{?}{=} (A \times C) \cup (B \times C)$

Relacije

1. **Kaj je relacija na množici A? Navedite tri primere relacij, ki so tranzitivne.**
    a. Množica R je relacija, če je vsak njen element urejen par (iz A × A).

2. **Pojasnite naslednje lastnosti relacij: refleksivnost, simetričnost, antisimetričnost, tranzitivnost, enoličnost. Za vsako lastnost navedite vsaj po en primer.**Refleksivnost:
   i. $\forall x\, xRx$,
   ii. Relacija je refleksivna, če je vsak element v relaciji sam s sabo.

   b. Simetričnost
      i. $\forall x \forall y\, (xRy \Rightarrow yRx)$
      ii. Relacija R je simetrična, če iz aRb sledi bRa (dvosmerna puščica)

   c. Antisimetrična
      i. $\forall x \forall y\, (xRy \wedge yRx \Rightarrow x = y)$
      ii. ne sme biti dvo smernih puščic

   d. tranzitivna:
      i. $\forall x \forall y \forall z\, (xRy \wedge yRz \Rightarrow xRz)$

   e. Sovisna:
      i. $\forall x \forall y\, (x \neq y \Rightarrow xRy \vee yRx)$

   f. Enolična:
      i. $\forall x \forall y \forall z\, (xRy \wedge xRz \Rightarrow y = z)$
      ii. Relacija R je enolična v množici A, če za vsak element a ∈ A velja, da je v relaciji R s kvečjemu enim elementom

3. **Kako grafično predstavimo relacijo?**
   a. Za vsak par a, b, za katerega je aRb, narišemo usmerjeno povezavo od točke, ki predstavlja a, do točke, ki predstavlja b.

4. **Kako je definirana inverzna relacija R−1 ?**
   a. Inverzna relacija:
      i. $R^{-1} = \{(y, x) \mid (x, y) \in R\}$
      ii. dobimo jo tako, da zamenjamo koordinati v vseh parih relacije R. (zamenjaš številke v oklepajih)

5. **Kako je definiran produkt relacij R ∗ S?**
   a. produkt relacije:
      i. $xR * Sy\ natanko\ tedaj,\ ko\ \exists z(xRz\ in\ zSy)$ ali
      ii. $R * S := \{(x, z)\ ;\ \exists y\ (xRy \wedge ySz)\}$

6. **Naj bo n ∈ N naravno število. Kaj je potenca R^n relacije R?**
   a. Potenca relacije R^n vsebuje relacije iz množice R, ki imajo dolžino n.

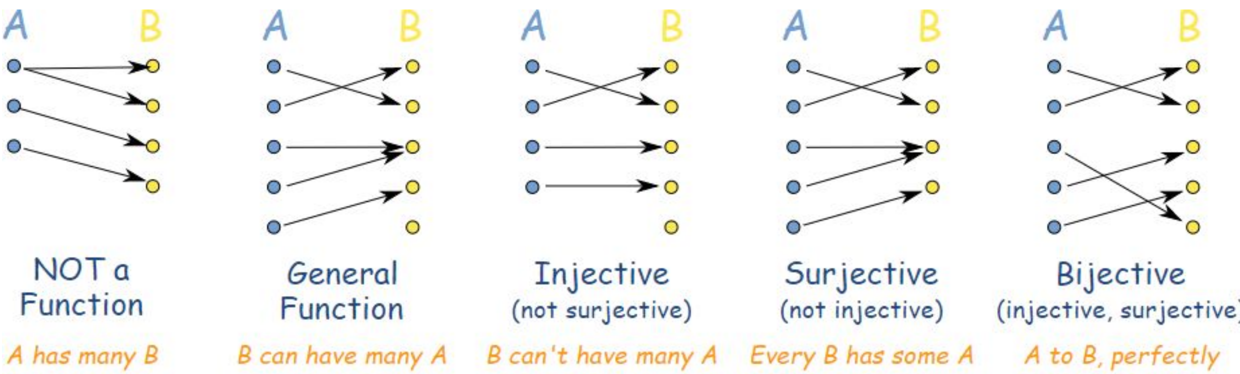
7. **Kaj je tranzitivna ovojnica relacije?**

   a. Tranzitivna ovojnica je unija vseh pozitivnih potenc relacije R
   b. $R^{+} = \cup_{K=1}^{\infty} R^{K}$

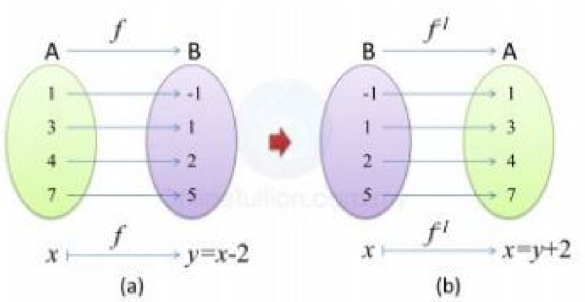
8. **Kaj je ekvivalenčna relacija in kaj so ekvivalenčni razredi?**
   a. Ekvivalenčna relacija je relacija, ki je:
      i. Refleksivna,
      ii. Simetrična in
      iii. Tranzitivna.
   b. Ekvivalenčni razred:
      i. Ekvivalenčni razred elementa $a \in A$ je množica vseh tistih elementov množice A, ki so v relaciji z a.
      ii. $R[a] = \{x \mid xRa\}$.

Preslikave

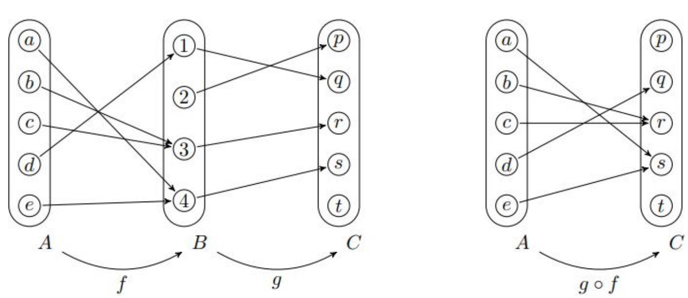
1. **Kdaj je relacija f ⊆ A × B preslikava iz A v B?**
   a. Relacija f ⊆ A × B je preslikava iz A v B, če je
      i. f enolična (injektivna) in
      ii. $D_f = A$, definicijsko območje f je cela množica A.
   b. Če je f preslikava iz A v B, potem pišemo
      i. $f : A \to B$.
2. **Kdaj je preslikava f : A → B injektivna, kdaj je surjektivna in kdaj je bijektivna?**
   a. *Injektivna*
      i. $\forall x \forall y \, (f(x) = f(y) \Rightarrow x = y)$
      ii. dva različna originala, dve različne slike. Vsak original svojo sliko
   b. *Surjektivna*
      i. $Z_f = B$
      ii. Vsaka preslikava ima svoj original
      iii. Mora vsebovati vsa naravna števila. Npr. Če imamo {1,2,..,10} se morajo originali slikati v vseh 10 števk, brez da katero izpustimo
   c. *Bijektivna* - Ko je injektivna in surjektivna hkrati.



3. **Naj bo dana preslikava f : A → B. Kdaj je relacija f −1 : B → A preslikava? Pojasnite.**
   a. f^{-1} : je enolična natanko tedaj, ko je f injektivna
   b. f^{-1} $: Z_f \to A$ je preslikava natanko tedaj, ko je f injektivna
   c. f^{-1} $: B \to A$ je preslikava natanko tedaj, ko je f bijektivna



4. **Kako je definiran kompozitum g ◦ f preslikav f : A → B in g : B → C? Kaj je njegovo definicijsko območje in kaj zaloga vrednosti?**
   a. Kompozitum*: naj bosta f in g preslikavi.*
      i. $g \circ f = f * g$
      ii. Kompozitum preslikav sovpada z relacijskim produktom, v katerem zamenjamo vrstni red faktorjev



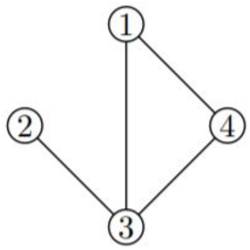
   b. $D_f = A$

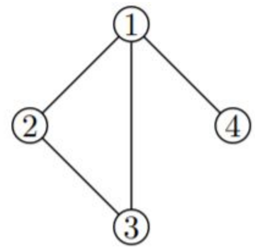
c. $Z_f \subseteq C$

5. **Kaj lahko o kompozitumu sklepamo iz injektivnosti/surjektivnosti preslikav f, g**
   a. *Izberimo poljubni preslikavi* $f : A \to B$ *in* $g : B \to C$
      i. *Če sta* f *in* g *injektivni, potem je tudi preslikava* $g \circ f : A \to C$ *injektivna*
      ii. *Če sta* f *in* g *surjektivni, potem je tudi preslikava* $g \circ f : A \to C$ *surjektivna.*
      iii. *Če sta* f *in* g *bijektivni, potem je tudi preslikava* $g \circ f : A \to C$ *bijektivna.*

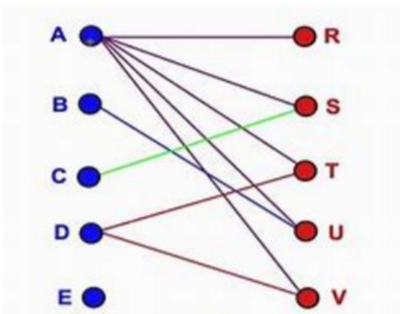
Teorija grafov

1. **(1) Kaj je graf?**
   a. Graf je urejen par $G = (V, E)$, kjer je:
      i. V neprazna končna množica točk grafa G in
      ii. E množica povezav grafa G, pri čemer je vsaka povezava par točk
2. **Kaj je stopnja vozlišča grafa in kaj pravi lema o rokovanju?**
   a. Stopnja vozlišča je <u>število povezav</u>, ki imajo V za krajišče. Označimo $deg(v)$.
   b. Lema o rokovanju - vsota vseh stopenj vozlišč je enaka 2*m
      i. Posledica: v vsakem grafu je sodo točk lihe stopnje. (graf z n točkami in m povezavami)
      ii. $$\sum_{i=1}^{n} \deg(v_i) = 2 \cdot m$$
3. **Kdaj pravimo, da je zaporedje naravnih števil grafično?**
   a. Zaporedje $D_1 \geq D_2 \geq D_3 \geq \ldots \geq D_n$ je grafično, če obstaja graf G z n točkami, ki imajo stopnje enake $D_1, D_2, D_3, \ldots, D_n$
4. **Kdaj pravimo, da sta grafa izomorfna? Navedite natančno matematično definicijo.**
   a. G_1 *in* G_2 sta izomorfna, če obstaja preslikava $\varphi : V(G) \to V(G')$, ki zadošča:
      i. φ je bijektivna preslikava iz $V(G)$ v $V(G')$ in
      ii. *za vsaki točki* $u, v \in V(G)$ *velja* $uv \in E(G) \Leftarrow\Rightarrow \varphi(u)\varphi(v) \in E(G')$.
   b. Primer: izomorfna grafa, sta enaka, a drugače narisana. (isto št. točk, stopnje točk so enake, enako število povezav)





5. **Kdaj je graf G dvodelen?**
    a. Če graf ne vsebuje ciklov lihe stopnje ali
    b. Če je kromatično število natanko 2 – lahko pobarvamo z 2 barvama



6. **Kdaj je graf G povezan?**
    a. Graf je povezan, ko lahko iz katerekoli točke pridemo v poljubno točko.
7. **Kaj so povezane komponente grafa G?**
    a. Povezane komponente (drevesa) predstavljajo gozd.
    b. Gozd – graf, ki ne vsebuje nobenega cikla
    c. Če je gozd povezan, ga imenujemo drevo.
8. **Kaj pomeni, da je graf Eulerjev? Kako lahko ugotovimo, ali je graf Eulerjev?**
    a. Graf je Eulerjev, če lahko naredimo Eulerjev obhod
    b. Za Eulerjev obhod mora veljati:
        i. Vsako vozlišče sode stopnje in
        ii. Mora čez vsako povezavo vsaj 1x in priti nazaj v isto točko.
9. **Kdaj je graf Hamiltonov? Navedite potrebni pogoj z razpadom grafa za obstoj Hamiltonovega cikla v grafu.**
    a. Graf G je Hamiltonov, če:
        i. Vsebuje vse točke G in
        ii. Če vsebuje Hamiltonov cikel – čez vsako točko samo 1x in se moraš vrnit nazaj v isto točko
    b. Če odstranimo n točk in graf razpade na vsaj n+1 delov, Hamiltonov graf ne obstaja

10. **Kdaj je graf Hamiltonov? Navedite Diracov zadostni pogoj za obstoj Hamiltonovega cikla v grafu.**
    a. Naj bo G graf z vsaj tremi točkami $(|V(G)|)$ = n ≥ 3 če za vsako točko:
        i. $v \in V(G)$ *velja* $\deg(v) \geq \frac{n}{2}$,
11. **Kaj je kromatično število χ(G) grafa G?**
    a. Kromatično število predstavlja najmanjše število barv, s katerim lahko pobarvamo graf

Razširjeni evklidov algoritem in Linearne Diofantske Enačbe

1. **Pojasnite Razširjeni Evklidov Algoritem (REA). Kaj vse lahko razberemo iz predzadnje vrstice REA?**
    a. Iz predzadnje vrstice odčitamo d in koeficienta s in t.
2. **Kaj je linearna diofantska enacba z dvema neznankama? Kdaj je taka enačba rešljiva? Kaj so vse njene rešitve v primeru, da je rešljiva?**
    a. LDE z dvema neznankama: $a \times x + b \times y = c$, kjer so znani a, b, c
    b. LDE je rešljiva, ko gcd(a,b) deli c
    c. gcd je največji skupni delitelj

Izrek

Naj par x_0, y_0 *reši LDE* $a \cdot x + b \cdot y = c$, *in naj bo* $d = \gcd(a, b)$.
Potem so

$$\begin{aligned} x_k &= x_0 + k \cdot \frac{b}{d} \\ y_k &= y_0 - k \cdot \frac{a}{d}, \end{aligned}$$

kjer je k poljubno celo število, vse rešitve te diofantske enačbe.