

Ime in priimek: \_\_\_\_\_

Vpisna številka: \_\_\_\_\_

## Izpit iz Matematike

### 10. februar 2011

- Čas pisanja: **45 minut**
- Vse rezultate zapišite na ta papir, pomožni izračuni z utemeljitvijo morajo biti priloženi.
- Vsi deli nalog so enakovredni.
- Prepisovanje, pogovarjanje in uporaba knjig, zapiskov, prenosnega telefona in drugih pripomočkov je **strogo** prepovedano.

#### 1. [20 točk] Vektorji

(a) Dolžina vektorja  $\vec{a}$  je enaka \_\_\_\_\_.

Vektor  $\vec{b}$  je enotski vektor, če \_\_\_\_\_.

(b) Koliko je enotskih vektorjev, ki so kolinearni vektorju  $\vec{c} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix}$ ? \_\_\_\_\_.

Določite ga/ju/jih.

V  $\mathbb{R}^3$  naj bo podana ravnina  $\Sigma : 2x + y - 3z = \alpha$ .

(c) Določite  $\alpha$  tako, da bo ravnina  $\Sigma$  vsebovala točko  $A(5, 1, 3)$ .

(d) Določite nek enotski vektor, ki je pravokoten na ravnino  $\Sigma$ .

(e) Določite nek enotski vektor, ki leži v ravnini  $\Sigma$ .

2. [12 točk] Matrike

(a) Naj bo matrika  $A$  dimenzije  $3 \times 3$ ,  $B$   $2 \times 3$  in  $C$   $3 \times 2$ . Kateri od naslednjih produktov ni možen:  $A \cdot B$ ,  $A \cdot C$ ,  $B \cdot C$ ?

(b) Naj bo  $D = \begin{bmatrix} a & 4 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}$ . Napišite matriko  $D^T$ !

(c) Za katero vrednost parametra  $a$  je matrika  $D$  singularna?

3. [12 točk] Vrste

(a) Kdaj vrsta  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  konvergira?

(b) Kaj lahko poveste o konvergenci vrste  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  v naslednjih primerih?

Če velja  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{1}{2}$ , potem vrsta  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  \_\_\_\_\_ .

Če velja  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2$ , potem vrsta  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  \_\_\_\_\_ .

(c) Ali vrsta  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\pi^n}$  konvergira? Zakaj?

4. [16 točk] Števíla, funkcije

(a) Za realno število  $x$  je absolutna vrednost števila  $x^2 - 2$  enaka

(b) Narišite graf funkcije  $f(x) = |x^2 - 2|$

(c) Funkcija  $f$  je liha, če velja \_\_\_\_\_.

Funkcija  $f$  je soda, če velja \_\_\_\_\_.

(d) Ali je funkcija  $f$  liha? Ali je soda? Utemeljite.

5. [20 točk] Odvod

(a) Zapišite definicijo odvoda funkcije  $f$  v točki  $a$ .

(b) Kaj nam odvod  $f'$  pove o naraščanju in padanju funkcije  $f$ ?

Za funkciji  $f(x) = x^2e^{-x^2}$  ter  $g(x) = \int_0^x f(t) dt$  določite

(c)  $f'(x) =$  \_\_\_\_\_

(d)  $g'(x) =$  \_\_\_\_\_

(e) Zapišite območje naraščanja funkcije  $g$

6. [20 točk] Nedoločeni in določeni integral

(a) Nedoločeni integral funkcije  $f$  je \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_.

(b) Zapišite vsaj en nedoločeni integral funkcije  $x^{2011} \log x$ . \_\_\_\_\_

(c) Če označimo  $F(x) = \int f(x) dx$ , potem je

$$\int_a^b f(x) dx = \text{_____}.$$

(Izrazite s funkcijo  $F$ .)

(d) Izračunajte integral  $\int_0^{\pi} \cos x dx$

(e) Če je  $f(x) \geq 0$  za vse  $x \in [a, b]$ , in velja

$$\int_a^b f(x) dx = 0,$$

kaj lahko sklepate o funkciji  $f$ ?