

Ime in priimek: \_\_\_\_\_

Vpisna številka: \_\_\_\_\_

## Izpit iz Matematike

### 11.9.2014

- Čas pisanja: **45 minut**
- Vse rezultate zapišite na ta papir, pomožni izračuni z utemeljitvijo morajo biti priloženi.
- Vsi deli nalog so enakovredni.
- Prepisovanje, pogovarjanje in uporaba knjig, zapiskov, prenosnega telefona in drugih pripomočkov je **strogo** prepovedano.

#### 1. [20 točk] Kompleksna števila

(a) Kaj je polarni zapis kompleksnega števila  $z = x + iy$ ? Narišite sliko in napišite, kako se kartezični koordinati izražata s polarnima.

(b) V kompleksni ravnini narišite število  $1 + i$  in ga zapišite v polarni obliki.

(c) V zgornji koordinatni sistem narišite števili  $i(1+i)$  in  $\overline{(1+i)}$  ter ju zapišite v polarni obliki.

(d) V nov koordinatni sistem narišite vse rešitve enačbe  $z^2 = 1 + i$  ter jih zapišite v polarni obliki.

2. [20 točk] **Odvodi in funkcije**

- (a) Zapišite L'Hospitalovo pravilo vključno s pogoji za uporabo.
- (b) Kakšna je povezava med odvodom funkcije ter njenim naraščanjem in padanjem.
- (c) Kaj je lokalni maksimum in kako ga izračunamo? Skicirajte primer.
- (d) Skicirajte graf poljubne funkcije, za katero velja

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1, \quad \lim_{x \nearrow 1} f(x) = 0, \quad \lim_{x \searrow 1} f(x) = -1, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2.$$

3. [20 točk] **Integrali**

- (a) Definirajte nedoločeni integral zvezne funkcije  $f$ .
- (b) Zapišite Newton-Leibnizovo formulo za računanje določenih integralov.
- (c) Naj bo  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  zvezna liha funkcija, za katero velja  $\int_0^1 f(x) dx = 1$ . Izračunajte  $\int_0^1 (2f(x) - 1) dx$  in  $\int_{-1}^1 f(x) dx$ ?

- (d) Kaj geometrijsko predstavlja integral  $\int_a^b (f(x) - g(x))dx$ , pri čemer sta  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  zvezni funkciji?

4. [20 točk] Vektorji

- (a) Razlika vektorjev  $\vec{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$  in  $\vec{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$  je enaka \_\_\_\_\_.

Vektorski produkt vektorjev  $\vec{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$  in  $\vec{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$  je enak \_\_\_\_\_.

- (b) Poiščite razpolovišče daljice med točkama  $A(1, 2, 3)$  in  $B(-3, 4, -1)$ .

- (c) Kaj je pravokotna projekcija enega vektorja na drug vektor? Opis dopolnite s sliko in formulo za izračun.

- (d) Določite parameter  $c$  tako, da bo premica  $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5}$  ležala na ravnini podani z  $-2x + y + cz = 0$ .

5. [20 točk] Matrike

Podane so matrike

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ 4 & -2 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

(a) Izračunajte tiste izraze, ki jih je mogoče izračunati:  $A+B$ ,  $B+C$ ,  $B+2A^T$ ,  $C-2D^T$ .

(b) Katera izmed matrik  $B, C, D$  je inverzna matrika matrike  $A$ ?

(c) Katere vrstične operacije so dovoljene pri Gaussovem postopku reševanja sistema linearnih enačb s pomočjo razširjene matrike?

(d) Naj bo  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & a & 4 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ . Določite število  $a$  tako, da bo determinanta matrike  $A$  enaka 7.