

1. izpit iz Matematike

4.2.2015

- Čas pisanja: **45 minut**
- Vse rezultate zapišite na ta papir, pomožni izračuni z utemeljitvijo morajo biti priloženi.
- Vsi deli nalog so enakovredni.
- Prepisovanje, pogovarjanje in uporaba knjig, zapiskov, prenosnega telefona in drugih pripomočkov je **strogo** prepovedano.

1. [20 točk] Kompleksna števila

(a) Kaj je polarni zapis kompleksnega števila $z = x + iy$? Narišite sliko in napišite, kako se kartezični koordinati izražata s polarnima.

(b) Zapišite pravilo za množenje kompleksnih števil v polarni obliki.

(c) V kompleksni ravnini skicirajte območje

$$\mathcal{D} = \left\{ z \in \mathbb{C}; \operatorname{Re}(z) \geq -1, \pi \geq \arg(z) \geq \frac{3\pi}{4} \right\}.$$

(d) Opišite in skicirajte območje, v katerega se \mathcal{D} preslika s preslikavo $z \mapsto 2iz$.

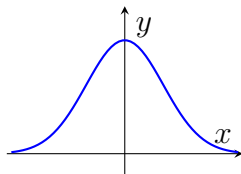
2. [20 točk] **Odvodi**

(a) Zapišite definicijo odvoda funkcije $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ v točki x_0 .

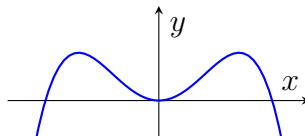
(b) Kako izračunamo približek funkcije f v točki $x_0 + h$ z diferencialom?

(c) Kako je naklon normale na graf funkcije f povezan z odvodom funkcije f ?

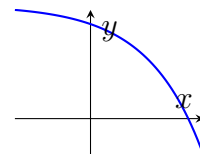
(d) Za funkcije $g, h, k: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ imamo podane njihove grafe na intervalu $[-3, 3]$.



graf g



graf h



graf k

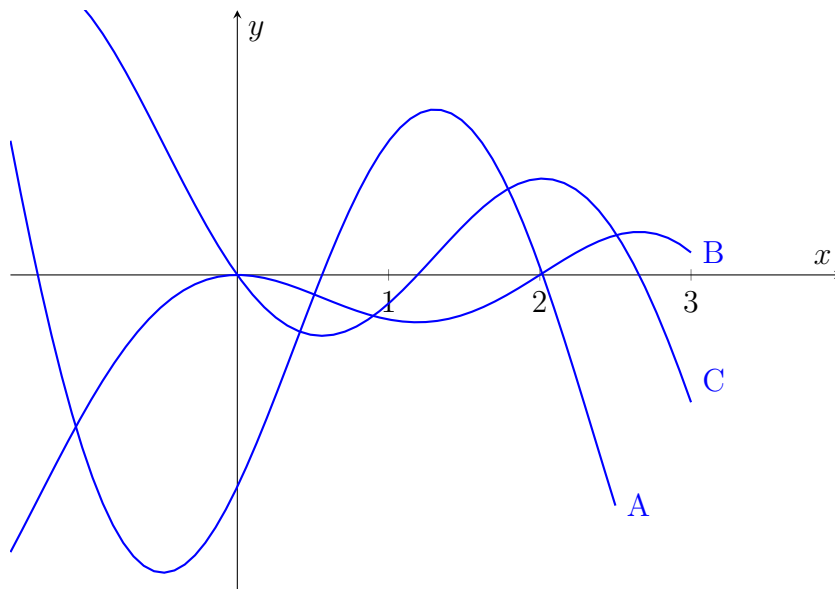
Skrivnostna funkcija f je enaka eni izmed omenjenih treh funkcij. Vemo, da je $f'(-1) = -f'(1)$ in $f''(3) < 0$. Katera izmed omenjenih treh funkcij je funkcija f ?

3. [20 točk] **Integral**

(a) Definirajte nedoločeni integral zvezne funkcije f .

(b) Zapišite Newton-Leibnizovo formulo za računanje določenih integralov.

(c) Na spodnji sliki so narisani grafi funkcij $y = f(x)$, $y = f'(x)$ in $y = f''(x)$. Zapišite, kateri od grafov A, B, C predstavlja katero od funkcij f , f' , f'' :



Graf funkcije $y = f(x)$ je graf _____.

Graf funkcije $y = f'(x)$ je graf _____.

Graf funkcije $y = f''(x)$ je graf _____.

- (d) Za vsako od omenjenih treh funkcij iz točke (c) poiščite kak interval, na katerem je njen integral zagotovo pozitiven.

4. [20 točk] Vektorji

- (a) Skalarni produkt vektorjev $\vec{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$ in $\vec{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$ je enak _____.

Kot med vektorjema $\vec{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$ in $\vec{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$ je enak _____.

- (b) Kako računsko preverimo, če sta dva vektorja vzporedna?

- (c) Podajte dve različni premici v \mathbb{R}^3 , ki sta pravokotni.

- (d) Kaj je pravokotna projekcija enega vektorja na drug vektor? Opis dopolnite s sliko in formulo za izračun.

5. [20 točk] Matrike

(a) Izračunajte $\begin{pmatrix} -2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

(b) Izračunajte $\begin{vmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & -3 & 2 \end{vmatrix}$.

- (c) Poiščite matriki A in B , za kateri velja $A \cdot B \neq B \cdot A$.

- (d) Podajte primer sistema treh enačb s tremi neznankami, ki nima rešitev.