

2. Izpit iz Matematike

18.2.2015

- Čas pisanja: **45 minut**
- Vse rezultate zapišite na ta papir, pomožni izračuni z utemeljitvijo morajo biti priloženi.
- Vsi deli nalog so enakovredni.
- Prepisovanje, pogovarjanje in uporaba knjig, zapiskov, prenosnega telefona in drugih pripomočkov je **strogo** prepovedano.

1. [20 točk] Zaporedja in vrste

(a) Število L je limita zaporedja (a_n) , če _____
_____.

(b) Zaporedje (a_n) je navzgor omejeno, če _____
_____.

(c) Podajte primer kakega nekonstantnega konvergentnega zaporedja in primer kakega nekonstantnega divergentnega zaporedja. V obeh primerih ju utemeljite.

(d) Podajte primer kake nekonstantne konvergentne vrste in primer kake nekonstantne divergentne vrste. Za podano konvergentno vrsto zapišite še vsoto vrste.

2. [20 točk] Funkcije

(a) Katere od naslednjih funkcij so sode? Katere so lihe? Katere so sode in lihe? Katere niso niti sode niti lihe?

i. $f(x) = 3x^4 + x^2 - 5$

ii. $g(x) = 2x^3 - 3x^2$

iii. $h(x) = \sin x - \cos x$

(b) Za funkcijo $f(x) = \sqrt{1-x}$ določite njeno definicijsko območje in zalogo vrednosti.

(c) Skicirajte graf kake funkcije f , ki ni zvezna v 1, za katero velja

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 3, \quad \lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 6.$$

(d) Za *zvezno* funkcijo g definirano na \mathbb{R} naj velja

$$f(0) = 1, \quad f(1) = 2, \quad f(-1) = f(3) = f(-3) = -1, \quad f(-2) = 50.$$

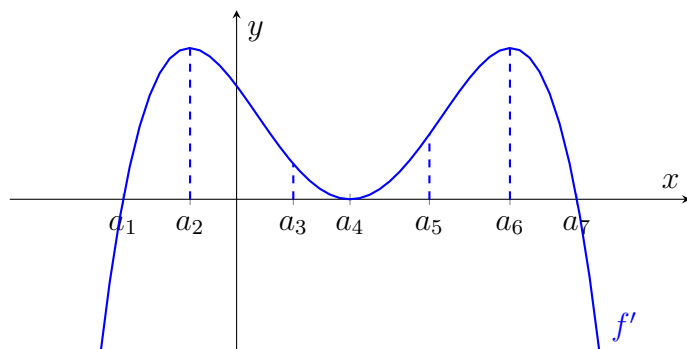
Kolikšno je najmanjše število ničel take funkcije?

3. [20 točk] Odvodi

(a) Kaj je tangenta na graf funkcije f v točki x_0 in kakšna je njena zveza z odvodom?

(b) Če v neki točki a velja $f'(a) = 0$ in $f''(a) < 0$, ali je v točki a lokalni ekstrem? Če da, kakšen? Če ne, zapišite primer takšne funkcije.

Naslednja vprašanja se nanašajo na funkcijo f , katere odvod f' ima naslednji graf:



(c) V vsakega od spodnjih štirih kvadratkov napišite, ali so vrednosti na levi od njega pozitivne ($>$), negativne ($<$), enake 0 ($=$) ali da jih iz grafa odvoda ne moremo razbrati (?):

$f(a_5)$	<input type="checkbox"/>	0		$f''(a_5)$	<input type="checkbox"/>	0
$f'(a_5)$	<input type="checkbox"/>	0		$f''(a_6)$	<input type="checkbox"/>	0

(d) V katerih izmed točk a_1, a_2, \dots, a_7 ima funkcija f stacionarne točke? _____.

V katerih izmed točk a_1, a_2, \dots, a_7 ima funkcija f lokalni minimum? _____.

4. [20 točk] Integral

(a) Zapišite osnovni izrek integralskega računa.

(b) Definirajte povprečno vrednost zvezne funkcije f na intervalu $[a, b]$.

(c) Če $f(t)$ predstavlja hitrost avtomobila ob času t , kaj predstavlja integral hitrosti $F(t) = \int f(t)dt$?

(d) Skicirajte graf poljubne funkcije f na intervalu $[-3, 3]$, za katero veljajo pogoji $f(0) = 0, f(2) = 2$ in $f(-2) = 2$. Nato v isti koordinatni sistem jasno skicirajte integral omenjene funkcije.

5. [20 točk] Matrike

Naj bo $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ in $a = [15 \ 1 \ 0]$.

(a) Izračunajte tiste izraze, ki jih je mogoče izračunati: $A+B$, $B+C$, $B+2A^T$, $C-2A^T$.

(b) Izračunajte tiste izraze, ki jih je mogoče izračunati: $A \cdot B$, $A \cdot C$, $B \cdot C$, $a \cdot B$.

(c) Izračunajte determinanto $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix}$.

(d) Podajte matriko rotacije v \mathbb{R}^2 okoli izhodišča $(0,0)$ za kot $\pi/2$.