

Ime in priimek: _____

Vpisna številka: _____

Izpit iz Matematike (teorija)

17. avgust 2021

Čas pisanja: **30 minut** Vse rezultate zapišite na ta papir, pomožni izračuni z utemeljitvijo morajo biti priloženi. Vsi deli nalog so enakovredni. Prepisovanje, pogovarjanje in uporaba knjig, zapiskov, prenosnega telefona in drugih pripomočkov je **strogo** prepovedano.

1. [20 točk] Vektorji

(a) Skalarni produkt vektorjev $\vec{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$ in $\vec{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$ označimo z _____ in je enak _____.

(b) Vektorja \vec{a} in \vec{b} sta pravokotna, ko velja _____.

(c) V kakšni zvezi sta skalarni produkt dveh vektorjev in kot med njima?

_____.

(d) Zapišite poljuben vektor, ki je pravokoten na ravnino $x - 2y + 3z = 7$.

_____.

2. [20 točk] Matrike

(a) Kaj je rang matrike?

(b) Če je A kvadratna matrika s 2020 vrsticami rang enak 2019, potem je

$\det(A) =$ _____.

(c) Naj bo $A = \begin{bmatrix} 12 & 2 & 10 \\ 0 & a & 4 \\ 0 & 6 & 8 \end{bmatrix}$.

Določite število a tako, da bo rang matrike A enak 2. $a =$ _____.

(d) Pri tako izbranem a je rang matrike A^T enak _____.

3. [20 točk] Vrste

(a) Kdaj vrsta $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergira?

(b) Kaj lahko poveste o konvergenci vrste $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, če velja $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2$,

_____.

(c) Ali vrsta $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\pi^n}$ konvergira? Zakaj?

4. [20 točk] Odvod

(a) Zapišite definicijo odvoda funkcije f v točki a .

Za funkciji $f(x) = x^2 e^{-x^2}$ ter $g(x) = \int_0^x f(t) dt$ določite

(b) $f'(x) =$ _____

(c) $g'(x) =$ _____

(d) Zapišite območje naraščanja funkcije g

5. [20 točk] Nedoločeni in določeni integral

(a) Nedoločeni integral funkcije f je _____

_____.

(b) Zapišite vsaj en nedoločeni integral funkcije x^{2020} _____

(c) Če označimo $F(x) = \int f(x) dx$, potem je

$$\int_a^b f(x) dx = \underline{\hspace{10cm}}$$

(Izrazite s funkcijo F .)

(d) Če je $f(x) \geq 0$ za vse $x \in [a, b]$, in velja

$$\int_a^b f(x) dx = 0,$$

kaj lahko sklepate o funkciji f ?